8. Дорогунцов С.І. Господарювання – синергетичний інваріант / С.І. Дорогунцов, О.М. Ральчук. – К.: Оріяни, 2006. – 228 с. – ISBN 966-8305-53-1.
9. Инновационные инструменты и кластерный поход в реализации государственной региональной политики: опыт Украины и других европейских стран: сборник научных докладов V Международной научно-практической конференции, 2-3 июня 2010 г., г. Севастополь / [под общ. ред. Толкунова В.В., Войнаренко М.П., Вишня Л.И., Дубницкого В.И., Соколенко С.И.]. - Севастополь, 2010. – 214 с.

РЕЗЮМЕ
В статті розглянуто складові і надано оцінку розвитку транспортно-логістичних кластерів
Ключові слова: транспортно-логістичні кластери, оцінка розвитку, регіональні особливості
РЕЗЮМЕ
В статье были рассмотрены составляющие и дана оценка развития транспортно-логистических кластеров
Ключевые слова: транспортно-логистические кластеры, оценка развития, региональные особенности
SUMMARY
In the article were consider components of development of transport-logistic clasters
Keywords: transport and logistics cluster, the assessment of development, regional characteristics

О НЕКОТОРЫХ ОБЩИХ ПОДХОДАХ К АНАЛИЗУ ОДНОФАКТОРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Румянцев Н.В., д.э.н., проф., профессор кафедры математики и математических методов в экономике ДонНУ
Медведева М.И., канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры математики и математических методов в экономике ДонНУ

Постановка проблемы. Анализ временных рядов включает в себя очень широкий спектр проблем [1], [2]. В этой статье мы ограничимся объяснениями четырех целей. Первая - это объяснить доступным языком значение наиболее важных терминов, используемых в анализе временных рядов (динамических процессов). Вторая — проанализировать процесс построения временных рядов как однофакторный стохастический процесс, т.е. стохастический процесс, составляющие которого являются функциями одной рассматриваемой переменной.

Существует несколько терминов, описывающих статистические характеристики временных рядов, и читателю было бы полезно ознакомиться с этими понятиями, поскольку они часто будут встречаться на протяжении этой главы, а также в другой литературе на эту тему. Некоторые специфические термины уже использованы выше.

В частности, читателю надо запомнить определения случайного блуждания, мартингала, стационарности и белого шума.

Случайное блуждание и мартингалы. *Случайное блуждание* - это часто используемая модель финансовых временных рядов. Случайное блуждание определяет путь случайной переменной, где каждое изменение или «инновация» не зависят от всех предыдущих изменений и каждое подчиняется *идентичному* распределению вероятностей.

Независимость означает, что изменение в какой-либо момент времени не имеет никакого влияния на все последующие изменения. Это может проявляться, например, в виде нулевой корреляции между следующими друг за другом парами наблюдений.

Под *идентичностью* мы понимаем то, что каждое из изменений подчиняется одному и тому же распределению вероятностей, с одними и теми же параметрами распределения, такими, как средняя величина и среднее квадратическое отклонение.

Таким образом, случайное блуждание - это стохастический процесс, где изменения уровня достигаются прибавлением случайной переменной ε, с постоянной дисперсией и средней, равной нулю. Также этот процесс характеризуется нулевой корреляцией отдельных наблюдений. Это можно выразить в виде формулы:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon . \quad (1)$$

Заметим, что только ε имеет среднюю, равную нулю, и постоянную дисперсию. Математическое ожидание $Y_t : MY_t = \mu$; дисперсия $DY_t = \sigma_Y{}^2$.

Иногда случайное блуждание может включать элемент сдвига. Сдвиг по сути означает временную тенденцию (тренд). Таким образом, случайное блуждание со сдвигом — это случайное блуждание с трендом. Например

$$Y_t = Y_{t-1} + \alpha + \varepsilon \quad (2)$$

Случайное блуждание имеет два свойства, которые особенно важны в анализе финансовых временных рядов. Эти свойства - свойство Маркова и мартингальное свойство.

Свойство Маркова состоит в том, что вся информация, необходимая для определения условной вероятности будущего (следующего) значения случайной переменной, содержится в текущем состоянии этой переменной, а не в историческом распределении ее вероятностей. Для случайного блуждания это следует из предположения независимости, поскольку каждое из последующих изменений не зависит от предыдущего уровня. Однако будущее значение зависит от текущего уровня. Это свойство часто называют гипотезой случайного шага.

Мартингальное свойство означает, что условное ожидание будущего значения случайной переменной равно текущему значению переменной. Это применимо к случайному блужданию, поскольку все изменения при нулевом сдвиге имеют математическое ожидание, равное нулю.

По сути, мартингал - это более общий стохастический процесс, чем случайное блуждание, потому что в случае мартингала изменения задаются значением случайной переменной, которая хотя и должна обладать нулевым математическим ожиданием, но не обязательно должна иметь постоянную дисперсию. Кроме того, изменения не должны быть независимыми.

Случайное блуждание с положительным сдвигом является примером субмартингала. При отрицательном сдвиге это будет примером супермартингала.

Например, рассмотрим процесс, определенный как

$$Y_t = Y_{t-1} + 0,9 + \varepsilon .$$

Это пример субмартингала. В общем виде это выглядит как

$$Y_t = Y_{t-1} + \alpha + \varepsilon$$

• *если* $\alpha > 0$*, то мы имеем дело с субмартингалом,*

• *если* $\alpha < 0$*, то это супермартингал;*

• *если же* $\alpha = 0$*, то это будет случайное блуждание.*

Графики случайного блуждания, субмартингала и супрамартингала отличаются тем, что для случайного блуждания характерно изменение процесса возле нулевого среднего, для субмартингала – имеет место положительный рост, а для супермартингала – отрицательный рост или снос процесса вниз.

Белый шум. Временные ряды называются «белым шумом», если лежащая в их основе переменная имеет среднюю, равную нулю, постоянную дисперсию и нулевую корреляцию последовательных наблюдений, т.е. нулевую автокорреляцию. Отсюда видим, что допущения для значения остаточного члена регрессионной модели МНК схожи с этим понятием. Таким образом, остатки, рассматриваемые в МНК, можно считать «белым шумом».

Если $M\varepsilon_t \sim N(0,\sigma^2)$ то мы имеем дело с так называемым гауссовским белым шумом, хотя переменная белого шума необязательно должна подчиняться нормальному распределению.

Стационарность. Временные ряды называются стационарными, если они обладают постоянной средней и дисперсией, а ковариация зависит только от временного интервала между двумя отдельными наблюдениями.

Возьмем, например, индекс ПФТС и предположим, что он возрос с уровня 1000 на момент открытия до 3600 на данный момент. Представьте, что вы анализируете среднюю и среднее квадратическое отклонение дневного уровня за каждый календарный год. Поскольку индекс возрастает год за годом, то средняя величина и среднее квадратическое отклонение в течение первого года будут ниже, чем в течение второго года и т.д., и очевидно, что в тот год, когда индекс возрос до 3500, а затем упал до 3100, средний уровень будет выше, чем в первый год начала исчисления индекса.

Мы знаем, что величина дисперсии и среднего квадратического отклонения может быть функцией от значения индекса. Таким образом, дисперсия индекса, колеблющаяся вокруг 1000, вполне может быть ниже дисперсии индекса, колеблющегося вокруг отметки 3000. Ковариация также может зависеть от уровня значений анализируемых данных. В этом случае мы имеем ковариацию между последовательными наблюдениями.

По интуиции мы ожидаем, что немногие (если вообще какие-то) временные ряды курсов валют или уровней индексов будут стационарными, поскольку возрастающие и падающие значения являются основной чертой финансовых переменных. Хотя норма прибыли, требуемая инвесторами, обычно зависит от неопределенности, связанной с инвестициями, и не зависит от уровня индекса. Таким образом, норма прибыли может обладать постоянными средней и средним квадратическим отклонением и ковариацией наблюдений, зависящей только от промежутков между наблюдениями. Далее покажем, как можно проверять, являются ли временные ряды доходности стационарными в действительности.

Рассматривая приведенное выше определение белого шума, мы видим, что он является стационарным рядом. Хотя стационарный ряд необязательно будет белым шумом, поскольку может иметь среднюю, отличную от нуля, или ковариацию.

Решение проблемы. В рамках однофакторных стохастических моделей процесс построения временных рядов рассматривается как состоящий из компонент анализируемых временных рядов. Другими словами, если будущие значения рассматриваемой переменной сколько-нибудь предсказуемы, то они являются функцией от прошлых значений этой переменной. В этой ситуации ограничиваемся анализом составляющих однофакторного стохастического процесса в контексте авторегрессионных процессов, процессов со скользящей средней и степени интегрирования. Эти три подпроцесса объединяются в один под названием *авторегрессионные интегрированные модели со скользящей средней* (autoregressive integrated moving average processes — ARIMA модели).

Авторегрессионные процессы. Начнем анализ ARIMA моделей с рассмотрения авторегрессионного процесса**.** Авторегрессионным называется процесс, при котором значение ряда находится в линейной зависимости от предыдущих значений. Например, если текущее наблюдаемое значение является функцией всего лишь одного значения, непосредственно предшествующего наблюдению, т.е. процесс зависит всего лишь от одного значения рассматриваемой переменной, то процесс называется авторегрессионным процессом первого порядка и обозначается AR(1). Это можно обобщить следующим образом: если анализируемый динамический процесс зависит от значений, отстоящих от 1 до n временных лагов назад, то это авторегрессионный процесс порядка n, т.е. AR(n). Например, процесс AR(3) можно изобразить следующим образом:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + a_3 Y_{t-3} + \varepsilon_t ,$$

в котором текущее значение Y_t **-** функция от трех предыдущих значений, а ε_t - ошибка (погрешность). Отсюда авторегрессионная модель **-** это модель, в которой моделируемые значения задаются линейной функцией от предыдущих наблюдений. Это уравнение в действительности очень похоже на многофакторное уравнение регрессии, где прошлые значения Y являются независимыми переменными

$$\widehat{Y}_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + a_3 Y_{t-3}$$

Достаточно важно в моделях авторегрессии определять степень автокорреляции (n) временных рядов. Эта проблема решается, используя коэффициент автокорреляции и частный коэффициент автокорреляции (будет показано позже**)**.

Интеграция. Авторегрессионный процесс и процесс скользящей средней, который мы проанализируем в чуть ниже, предполагают, что анализируемые данные являются стационарными. Интегрирование означает, какого порядка разности должны быть рассчитаны для того, чтобы получить стационарный временной ряд. Здесь нахождение разностей - это всего лишь нахождение изменений значения переменной в последующие периоды, т.е. величины $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$. Ряд значений ΔY - это ряд разностей.

Если во временном ряду рассчитаны только лишь разности первого порядка, чтобы получить стационарный ряд, то первоначальный ряд называется интегрированным рядом первого порядка, или $I(1)$. Если же требуется рассчитать вторые разности для получения стационарного ряда, то это интегрированный ряд второго порядка, или $I(2)$. Если же в ряду вообще не требуется вычислять разности, то он называется интегрированным рядом нулевого порядка, или $I(0)$.

Если ряд $I(0)$, т.е. стационарен, то его дисперсия будет конечна. Изменения рассматриваемой переменной будут иметь только промежуточное влияние на временной ряд. Коэффициенты автокорреляции будут постепенно убывать таким образом, что их сумма станет конечной. И наоборот, если ряд $I(1)$, то изменения будут иметь постоянный эффект, дисперсия с течением времени будет возрастать до бесконечности.

Моделирование при помощи нестационарных рядов может оказаться проблематичным, например, это может привести, к так называемой, ложной корреляции. Чтобы понять, что это такое, предположим, что имеются два временных ряда двух разных индексов. Коэффициент корреляции этих двух рядов может принимать высокие значения, например, порядка 0,9. Однако было бы неуместным предполагать причинную связь между значениями индексов. Конечно, оба индекса вместе возрастают и падают на протяжении длительных периодов времени, но является ли рост одного индекса причиной роста другого? В действительности же, в соответствии с экономической теорией, причиной одновременного роста индексов служит долгосрочный экономический рост в обеих странах при условии высокого уровня интегрированности национальных экономик и положительного уровня инфляции. Таким образом, причиной долго срочного роста индексов является третий фактор – экономическая деятельность. Ложная природа корреляции двух рядов подтверждается при анализе рядов доходности. Если бы корреляция была высокой, то мы могли бы ожидать отрицательную (положительную) рентабельность в одном ряду при отрицательной (положительной) рентабельности в другом. Однако, это не всегда имеет место. На самом деле корреляция рядов динамики доходностей может принимать очень малые значения, например всего лишь 0,3. Таким образом, построение моделей с переменными $I(1)$ может привести к видимой корреляции, которая может быть принята за причинную связь, в то время как этого на самом деле нет.

Модели скользящей средней (MA-Moving Average). Модель скользящей средней - это модель, где моделируемая величина задается линейной функцией от прошлых ошибок, т.е. разностей между прошлыми смоделированными значениями и прошлыми фактическими наблюдениями.

$$Y_t = b_0 + b_1\varepsilon_{t-1} + b_2\varepsilon_{t-2} + b_3\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$$

где $\varepsilon_t = Y_t - \widehat{Y}_t$ и Y_t - наблюдаемое значение ряда в момент времени t, $\widehat{Y}_t$ - оценка значения ряда в момент времени t.

Термин «скользящая средняя», используемый нами, не следует путать со схожим термином, относящимся к технике сглаживания данных.

Авторегрессионные модели скользящей средней. Разработаны модели временных рядов, которые сочетают авторегрессионный процесс с моделью скользящей средней. Неудивительно, что эти модели называются авторегрессиоными моделями скользящей средней или ARMA (Auto-Regressive Moving Average). Модель ARMA(p,q) имеет p временных лагов в авторегрессионном процессе и q интервалов в модели скользящей средней. Например, ARMA (3, 2) выглядит следующим образом:

$$Y_t = a_0 + a_0Y_{t-1} + a_0Y_{t-2} + a_0Y_{t-3} + b_1\varepsilon_{t-1} + b_1\varepsilon_{t-2} + u_t,$$

где u_t ошибка в данном уравнении.

Авторегрессионные интегрированные модели скользящей средней (ARIMA модели). Если перед применением ARMA необходимо определить разности уровней с целью получения стационарного ряда, то нужно будет знать порядок этих разностей. Таким образом, процесс ARIMA обладает тремя параметрами: ***p*** **-** порядок авторегрессии, ***d*** **-** требуемый порядок предварительно определяемых разностей и ***q*** **-** порядок скользящей средней в модели.

Поскольку ARIMA включает в себя авторегрессионные процессы, модели скользящей средней и интегрирование, то многие динамические процессы можно рассматривать как ARIMA-процессы. Мы уже отметили, что данные могут иметь авторегрессионный компонент (AR). Ряд может обладать определенной степенью интегрирования: $I(0)$, $I(1)$ и даже $I(2)$. В случае $I(1)$ и $I(2)$ нужно единожды или дважды рассчитать разности, чтобы получить стационарный ряд. Наконец, может присутствовать компонент скользящей средней (MA).

Очень важно разбить временной ряд на эти три составляющие для того, чтобы определить структуру моделируемого процесса. Первая стадия - это расчет разностей с целью получения стационарных рядов. Затем можно попытаться смоделировать полученный стационарный ряд с помощью ARMA.

Например, возьмем абсолютно случайный процесс, где Y_t зависит только от среднего уровня ряда и ошибки, т.е.

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t$$

В этом процессе нет зависимости от прошлых значений Y, нет разностей Y и нет зависимости от прошлых значений ошибки. Мы можем классифицировать этот процесс как ARIMA (0, 0, 0).

Белый шум — это ARIMA (0,0,0) с нулевым средним значением. Процесс ARIMA (1, 0, 0) имеет следующий вид:

$$Y_t = aY_{t-1} + \varepsilon_t,$$

где $-1 < a < 1$ и ε_t - элемент белого шума.

Процесс зависит от непосредственно предшествующего значения Y, определение разностей уровней не требуется для трансформации этого ряда в стационарный. Это то же самое, что и процесс AR(1).

Если $a = 1$, то процесс не будет стационарным и потребуется вычисление разностей. Это пример процесса ARIMA (0, 1,0), т.е.

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

потому что для получения стационарного ряда потребуется определение первых разностей Y. Это будет определено как процесс случайного блуждания.

Процесс ARIMA (0, 0, 1) имеет следующий вид $Y_t = \varepsilon_t + b\varepsilon_{t-1}$, потому что Y, зависит только от значений ошибки. Процесс ARIMA (1,0, 1) будет иметь вид:

$$Y_t = aY_{t-1} + b\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \, .$$

ИНСТРУМЕНТЫ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Очевидно, что процесс построения временных рядов может принимать различные формы. В нашем обсуждении мы уже ограничили себя тремя элементами и показали, что при анализе временных рядов необходимо обратить внимание на уровень автокорреляции, интегрированности и на компонент скользящей средней. Далее мы рассмотрим использование коэффициента автокорреляции (Auto-correlation coefficient - ACC) и частного коэффициента автокорреляции (Partial auto-correlation coefficient - PACC) для идентификации элементов AR и MA в процессе построения временных рядов. Затем мы воспользуемся расширенным тестом Дики—Фуллера (angmented Dickey-Fuller) для определения степени интегрирования.

Для определения степени автокорреляции временных рядов мы должны определить силу связи между текущими и прошлыми значениями рассматриваемой переменной. Одним из способов измерения этой связи являются коэффициенты автокорреляции (ACC), совокупность которых образует функции автокорреляций (ACF). Коэффициент автокорреляции измеряет связь между текущими и прошлыми наблюдениями временного ряда и рассчитывается следующим образом:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2},$$

где к - количество лагов. Таким образом, коэффициент автокорреляции первого порядка будет рассчитан с лагом в один период, коэффициент автокорреляции второго порядка будет учитывать степень связи между значениями, отстоящими на два временных периода, и т.д. Рассчитываются коэффициенты автокорреляции всех порядков и затем проводится статистическая проверка для определения, при каких лагах коэффициенты статистически значимы. Только лаги, являющиеся статистически значимыми, оставляются в модели.

Проверка значимости коэффициентов автокорреляции проводится при помощи критерия стандартной ошибки и Q-критерия Бокса-Пирса. Два критерия предлагаются потому, что существуют два подхода к проверке наличия автокорреляции. При первом подходе подразумевается использование критерия стандартной ошибки, проверяются коэффициенты автокорреляции каждого порядка отдельно, чтобы выявить, какие из них значимы. Второй подход использует Q-критерий Бокса-Пирса для того, чтобы проверить на значимость все множество коэффициентов как группу.

Стандартная ошибка коэффициента корреляции рассчитывается следующим образом:

$$SE_{r_k} = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Коэффициенты автокорреляции случайных данных обладают выборочным распределением, приближающимся к нормальному, с нулевым математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением, равным $1/\sqrt{n}$.

Для иллюстрации этого подхода воспользуемся данными об уровнях цен и доходности британских государственных долгосрочных облигаций. Коэффициенты автокорреляции первого порядка рассчитываются на основе выборки из 900 наблюдений. Стандартная ошибка равна $1/\sqrt{900} = 1/30 = 0,0333$ отклонением, равным

Если ρ_1 находится в следующем интервале, то при уровне значимости $\alpha = 0,05$:

$$-1,96 \cdot 0,0333 \le r_1 \le 1,96 \cdot 0,0333$$

или $-0,065 \le r_1 \le 0,065$, то можно считать, что данные не показывают наличие автокорреляций первого порядка.

Все рассчитанные коэффициенты автокорреляции для временного ряда цен облигаций были значительно больше 0,065. Это неудивительно при том, что данный временной ряд - это ряд цен облигаций. Однако данные о доходности облигаций показали низкий уровень автокорреляции при том, что только коэффициенты первого, третьего, седьмого и восьмого порядков оказались статистически значимыми. Это показывают данные табл. 1.

Таблица 1

Лаг	ACC	Лаг	ACC	Лаг	ACC
1	0,095	2	0,012	3	0,074*
4	-0,009	5	0,022	6	0,031
7	0,080	8	0,068	9	0,011

Статистический критерий Q рассчитывается по формуле:

$$Q = n\sum_{i=1}^{m} r_i^2 \sim \chi_m^2$$

где m - максимальный рассматриваемый лаг.

Например, с лагом, равным девяти, получим следующие значения Q -критерия:

Q = 900 • 0,027 = 24,5800,

$$\chi_9^2(0,05) = 23,59.$$

Таким образом, как группа коэффициенты для лагов в девять периодов значимы.

Частный коэффициент и функция автокорреляции. Частный коэффициент автокорреляции (PAC), лежащий в основе частной функции автокорреляции (PAF), измеряет связь между текущим значением переменной X_t и последующими значениями этой переменной X_{t-1}, X_{t-2}, …, X_{t-k}, когда влияние всех промежуточных временных лагов устранено. Таким образом, частный коэффициент автокорреляции первого порядка будет равен коэффициенту автокорреляции первого порядка, так как нет промежуточных лагов. Но частные коэффициенты второго и следующих порядков будут уже отличаться друг от друга.

Частный коэффициент автокорреляции используется для определения степени автокорреляции внутри временного ряда. Например, ряд, обозначенный AR(m), показывает, что последний статистически значимый частный коэффициент автокорреляции рассчитан с лагом m. Таким образом, в ряде AR(2) текущее значение переменной обладает значимой корреляцией только со значениями, отстоящими на 1 и 2 временных лага назад. В ряде AR(4) значимыми будут частные коэффициенты автокорреляции с лагами от одного до четырех периодов, но коэффициенты с более высокими лагами не будут значимо отличаться от нуля.

В динамическом процессе AR(m) частные коэффициенты автокорреляции значимо отличаются от нуля для временных лагов от 1 до m и затем резко падают до нуля для интервалов $m+1$ и больше.

Проверка процесса скользящей средней. Зная поведение коэффициента автокорреляции и частного коэффициента автокорреляции, можно попытаться определить, содержит ли ряд элемент скользящей средней. Если ряд скорее MA чем AR, то автокорреляция не будет показывать порядок MA-процесса. Хотя, если значение частных коэффициентов автокорреляции падает по экспоненте, а не опускается резко до нуля, то можно предположить, что ряд содержит процесс скользящей средней, а не AR.

Критерий для ARMA-процессов. Для проверки автокорреляции в рядах, где присутствуют элементы и авторегрессии и скользящей средней, используется критерий Люнга—Бокса (LB) (Ljung- Box, 1978). Критерий LB рассчитывается следующим образом:

$$LB = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\frac{r_k^2}{n-k} \sim \chi^2_{m-p-q}$$

где m - максимальное число временных лагов, рассматриваемых в модели;

p - порядок авторегрессии;

q – порядок процесса скользящей средней.

Проверка степени интеграции и стационарности. Как говорилось выше, интеграция означает, в какой степени ряд должен быть преобразован с помощью разностей разного порядка, чтобы стать стационарным, что очень важно, так как многие методы анализа временных рядов подразумевают, что анализируемый ряд в действительности является стационарным. Проверка стационарности производится при помощи теста единичного корня (unit root). Если данные показывают единичный корень, то ряд является $I(1)$.

Ранее подход к проверке стационарности и степени интеграции был назван критерием Дики-Фуллера. С помощью этого критерия проверяется, имеет ли коэффициент α в приведенном ниже уравнении значение, равное единице или меньше единицы

$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{1}$$

Если α равно единице, то данные имеют единичный корень и степень интегрирования равна 1, т.е. ряд является рядом типа $I(1)$. Если же $0 < \alpha < 1$, то ряд стационарен, т.е. $I(0)$. В финансах α обычно бывает не больше 1, поскольку это подразумевает взрывные ряды. Такие ряды маловероятны, поскольку давление экономической среды не позволяет переменной принимать бесконечно большие значения.

Существуют некоторые теоретические проблемы с уравнением (1), поскольку возможность нестационарности нарушает допущения регрессии МНК, которая подразумевает постоянную дисперсию остатков. Например, рассмотрим уравнение

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t = (Y_{t-2} + u_{t-1}) + u_t = \ldots = u_t + u_{t-1} + \ldots + u_1.$$

Поскольку остатки u_t независимы и обладают постоянной дисперсией, то дисперсия Y_t растет до бесконечности по мере того, как t приближается к бесконечности. Тогда требуется использование уравнения, выражающее изменения Y, следующим образом:

$$\Delta Y_t = \beta Y_{t-1} + e_t, \tag{2}$$

где $\beta = \alpha_t - 1$.

Если β равно нулю, то говорят, что ряд Y обладает единичным корнем и является $I(1)$, и ряд ΔY будет стационарным. Если же β меньше нудя, т.е. α меньше единицы, то сам ряд Y является стационарным, $I(0)$.

Уравнение (1) предполагает нулевое значение средней и отсутствие тренда. В финансовых временных рядах часто уместно бывает включить положительную среднюю, потому что рисковые активы предполагают положительную норму прибыли. В результате получаем уравнение с положительной средней

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + e_t, \quad (3)$$

которое может быть преобразовано к виду:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \beta Y_{t-1} + e_t. \quad (4)$$

Третья форма уравнения, уместного в финансах, включает тренд следующим образом:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \gamma t + e_t$$

которое можно преобразовать в уравнение:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \beta Y_{t-1} + \gamma t + e_t. \quad (5)$$

Неуместно использовать традиционный t- критерий для проверки значимости β, поскольку, применяя регрессию для оценки β, мы предполагаем, что β меньше нуля (α <1). Это видно, когда при β = 0 слишком большой процент оценок отвергается t-критерием. Таким образом, нулевая гипотеза существования единичного корня будет отвергаться слишком часто.

Кроме того, Филлипс (Phillips) (1987) показал, что такие единичные корни робастны, так как при разной степени гетероскедастичности автокорреляция может создавать проблемы. Проблемы при проверке стационарности, когда существует автокорреляция остатков, решаются применением расширенного критерия Дики-Фуллера. При использовании этого метода прошлые значения независимой переменной включаются в уравнение регрессии с лагом, достаточным для того, чтобы избавиться от автокорреляции остатков. Это уравнение может иметь вид:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \beta Y_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \gamma_2 \Delta Y_{t-2} + \ldots + \gamma_n \Delta Y_{t-n} + e_t. \quad (6)$$

Точная форма критериев значимости зависит от вида тестируемой модели, т.е. без положительной средней (уравнение (2)), со средней (уравнение (3)) и со средней и трендом (уравнение (5)).

Нулевая гипотеза без средней. При тестировании уравнения (2), которое подразумевает отсутствие средней, но учитывает автокорреляцию, как в уравнении (6), нулевая гипотеза будет записана так:

$$H_0 : \beta_1 = 1.$$

Если β значительно меньше нуля, то Y стационарен, т.е. $I(0)$. Нулевая гипотеза будет отвергнута, если статистический критерий $\beta_1 / SE(\beta_1)$ имеет отрицательное значение, меньшее чем критическое значение из таблиц Дики и Фуллера (1979). Критические значения для уровня значимости 1% и 5% соответственно равны -2,58 и -1,95. Если нулевая гипотеза принята, то ряд Y - это случайное блуждание без сдвига.

В общем виде этот критерий учитывает размер выборки n. Это достигается путем вычисления модифицированного критического значения по формуле

$$\phi_\infty + \phi_1 / n + \phi_2 /(n^2),$$

где ϕ_∞ равна -2,57 при 1% уровня значимости или -1,94 при 5% уровня значимости, ϕ_1 = -1,96 (1%) или -0,398 (5%), ϕ_2 равна -10,04 (1%) или 0 (5%). (Значения ϕ табулированы).

Нулевая гипотеза со средней. Проверка уравнения (4), которое включает среднюю, подразумевает использование того же статистического критерия $\beta_1 / SE(\beta_1)$ и той же самой формулы критических значений. Однако значения ϕ теперь равны:

ϕ_∞ равна -3,43 при 1% уровня значимости или -2,86 при 5% уровня значимости;

ϕ_1 равна -6,00 при 1% уровня значимости или -2,74 при 5% уровня значимости;

ϕ_2 равна -29,2557 при 1% уровня значимости или -8,36 при 5% уровня значимости.

Нулевая гипотеза со средней и трендом. Проверка уравнения (5), включающего среднюю и тренд, подразумевает использование того же процесса, но при следующих значениях:

ϕ_∞ равна -3,96 при 1% уровня значимости или -3,41 при 5% уровня значимости;

ϕ_1 равна -8,35 при 1% уровня значимости или -4,04 при 5% уровня значимости;

ϕ_2 равна -47,44 при 1% уровня значимости или -17,83 при 5% уровня значимости.

Пример стационарности доходности обменных курсов валют. В качестве примера мы применим расширенный критерий Дики-Фуллера как к ежедневным уровням, так и к ежедневной рентабельности обменного курса доллара США - к фунту стерлингов за период с 1992—1995 гг. Ниже приведены значения статистических критериев для регрессии уровней обменного курса с средней (уравнение (3)) и со средней и трендом (уравнение (5)), каждое значение для одного, двух и трех временных лагов.

Лаг	Критерий (средняя)	Критическое значение	Критерий (средняя и тренд)	Критическое значение
1	-2,1307	-2,86	-1,8430	-3,41
2	-2,0508	-2,86	-1,8443	-3,41
3	-2,7975	-2,86	-2,0365	-3,41

Критические значения относятся к 95%-ному уровню доверия.

Как мы уже знаем, нулевая гипотеза о том, что обменный курс является рядом $I(1)$, отвергается в пользу альтернативной гипотезы, что он представляет собой ряд $I(0)$, если статистический критерий больше отрицательной критической величины. Во всех приведенных выше случаях это не имеет места, таким образом, нулевая гипотеза принимается, т.е. обменные курсы представляют собой ряд $I(1)$.

Теперь посмотрим на доходность:

Лаг	Критерий (средняя)	Критическое значение	Критерий (средняя и тренд)	Критическое значение
1	-20,2910	-2,86	-20,3090	-3,41
2	-16,5143	-2,86	-16,5463	-3,41
3	-13,8929	-2,86	-13,9255	-3,41

Здесь мы ясно видим, что в отношении доходности обменного курса нулевая гипотеза о том, что ряд является рядом $I(1)$ отвергается в пользу альтернативной гипотезы, т.е. в пользу ряда $I(0)$. Поэтому данные доходности относятся к стационарным рядам.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ:

1. Терри Дж. Уотшем, Кейт Паррамоу. Количественные методы в финансах. – М.: «Финансы», Издательское объединение «ЮНИТИ», 1999. – 527с.
2. Кристофер Доугерти. Введение в эконометрику: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 402с.

РЕЗЮМЕ

В работе изложены общие теоретические подходы к моделированию временных рядов с помощью ARIMA моделей.

Ключевые слова: временные ряды, моделирование, программный продукт

РЕЗЮМЕ

У роботі досліджувани загальні теоретичні підходи до моделювання тимчасових рядів за допомогою ARIMA моделей.

Ключові слова: часові ряди, моделювання, програмний продукт

SUMMARY

General theoretical approaches to the design of temporal rows by the ARIMA models are expounded in work.

Keywords: time series, modelling, software product

ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ЕКОНОМІЧНОГО ПРОСТОРУ В УМОВАХ ГЛОБАЛІЗОВАНОЇ ЕКОНОМІКИ

Писаренко С.М., доктор географічних наук, професор, Львівський національний університет імені Івана Франка[1]

Ефективність національної економіки визначається особливостями її просторової структури, організаційно-економічним механізмом регулювання розвитку. Необхідність просторового підходу до сучасної національної економіки пов’язана із формуванням її на основі inno-hitech мережі – системи інформаційно-комунікативних, просторових, мотиваційних зв’язків між компонентними та функціональними підсистемами, адаптованої до глобальної гуманітарної економіки – attachment strategy.

Поняття “національної економіки” Роберт Рейч у дослідженні “Робота націй” визначив як частину глобальної економіки, обмеженої національними кордонами [1, с. 244].

Необхідність структурованості простору національної економіки підкреслюється різними дослідниками. Так Джейн Джейкобс вважає, що більшість країн в середині своїх національних кордонів характеризується поєднанням надзвичайно різноманітних підсистем [2, с. 31]. Кенічі Омае стверджує про те, що прослідковується зменшення економічної ролі держави в умовах глобальної економіки та підвищення ролі регіонів у процвітанні нації [3, с. 79-100].

На початку 80-х років XX ст. В. Зелинский запропонував концепцію “місцевих регіонів” як “спонтанне бачення територіальної реальності, яке поділяється усіма” [4].

Бюро економічного аналізу (БЕА) США визначає, що основною функціональною одиницею держави, її геоекономічного районування є “економічна територія”, яка складається з різних економічних компонентів. Кожна така територія містить один або більше міських центрів із прилеглими до них округами; гетерогенні промислові групи; місцеву та орієнтовану на експорт промисловість. Функціональна економічна територія перетинає кордони територіально-адміністративних одиниць, які можна розглядати як штучні бар’єри.

Узагальнюючи існуючі підходи, можна стверджувати, що модель просторового розвитку економіки України передбачає структуризацію її економічного простору, трьохрівневу його структуру, представлену економічними територіями різного рівня ієрархії, більшість з яких існує і розвивається на основі систем великих міст із передмістями.

Теза про те, що міста є економічними і соціальними двигунами, джерелом енергії зростання нації, була висунута у 80-х роках XX ст. Джейн Джейкобсом.

У розвинених країнах економічна активність населення, яка безпосередньо пов’язана із збільшенням робочих місць в основному на міських територіях, може зростати дуже швидкими темпами, що свідчить про існування тісного зв’язку між економічним зростанням та урбанізацією.